

Carga tipo ventilador o bomba centrífuga.

En este tipo de cargas el motor hace girar un cuerpo impelente cuya forma esta optimizada para desplazar la mayor cantidad de fluido posible (gas o líquido según el caso).

La ecuación general de balance de par es:

$$T_m = J_m \frac{d\omega}{dt} + B\omega + k\omega^2$$

Donde:

J es la inercia rotacional del equipo giratorio (rotor del motor, eje de acople y elemento impulsor del fluido).

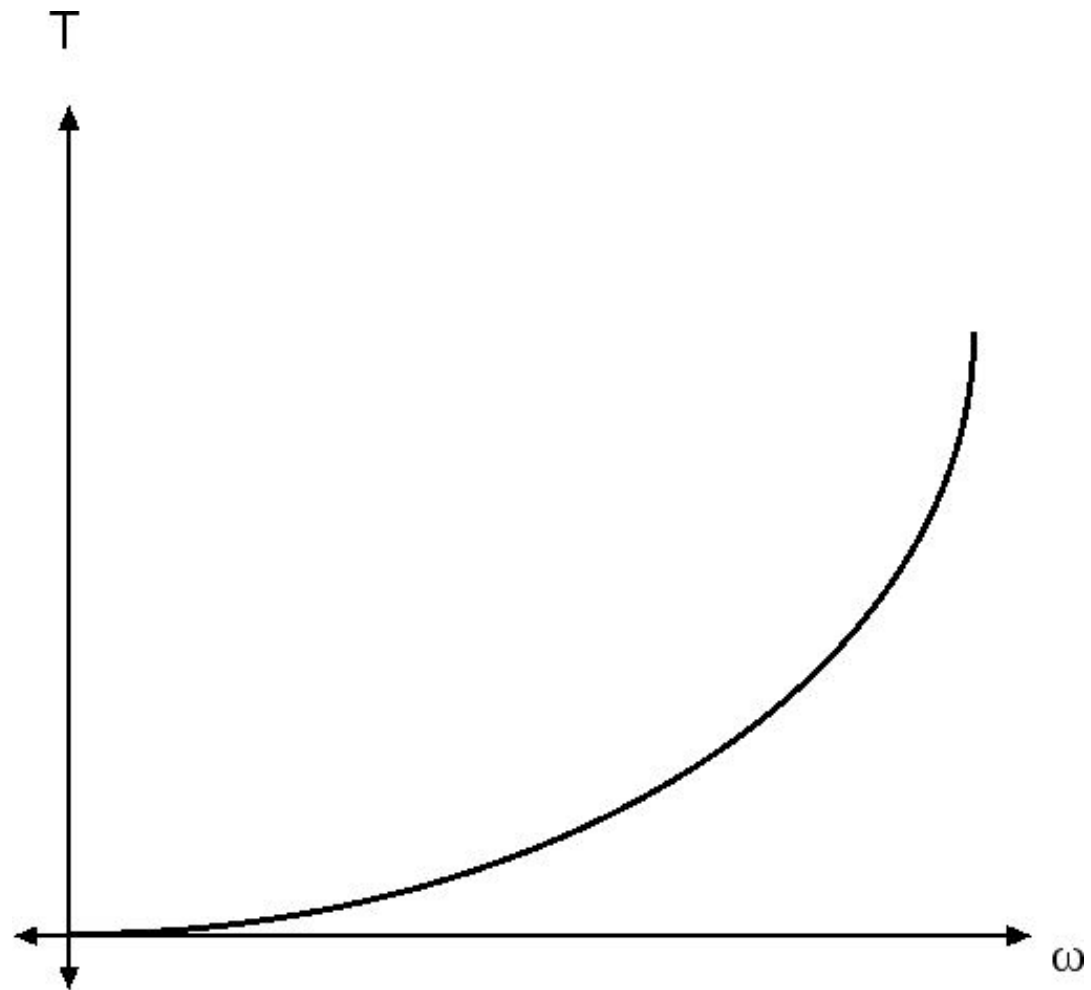
B es el coeficiente de fricción viscosa del fluido impulsado.

k es el coeficiente de resistencia aero/hidro dinámica del fluido.

Si en primera aproximación se asume que los términos correspondientes a la inercia rotacional del equipo y la fricción son despreciables ya que el equipo está diseñado para maximizar la función de impulsión de fluido, la ecuación de balance del par se reduce a:

$$T_m = J_m \frac{d\omega}{dt}$$

y el par requerido para impulsar el fluido crece con el cuadrado de la velocidad.



Carga tipo “bombeo centrífugo”:  
relación cuadrática par/velocidad

En estas condiciones, y dado que:

$$P_m = T_m \omega$$

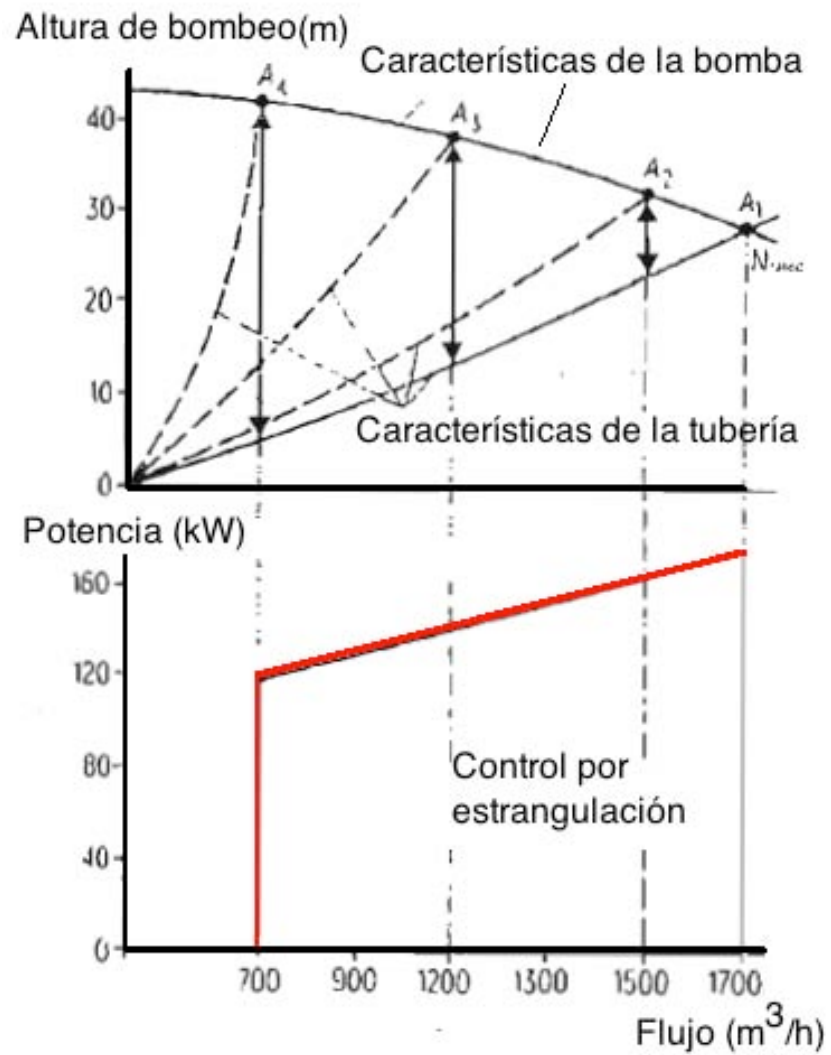
se cumple:

$$P_m = k\omega^2 \omega = k\omega^3$$

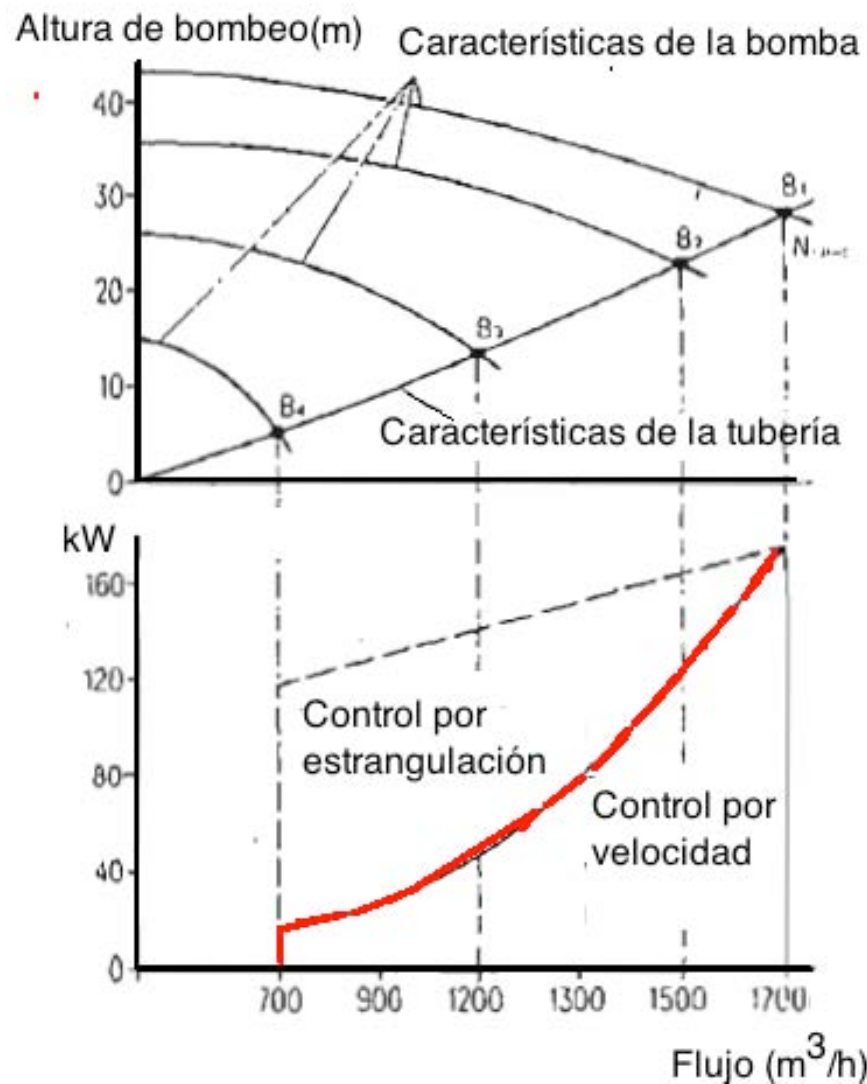
y la potencia requerida para impulsar el fluido crece con el cubo de la velocidad.

Dada la relación cúbica de la potencia respecto a la velocidad, operar a velocidades menores que la máxima produce un ahorro considerable. Si se opera al 80% de la velocidad máxima, el consumo de potencia se reduce en un 50%.

Comparando la curva de operación de un sistema industrial de bombeo tradicional, en el cual el flujo del fluido se controla cerrando una válvula de paso a la salida de una bomba centrífuga operada a velocidad constante (control de flujo por estrangulación), con el consumo en el mismo sistema cuando el flujo se controla variando la velocidad de la bomba centrífuga, se logra un aumento muy significativo en la eficiencia de energética del sistema.

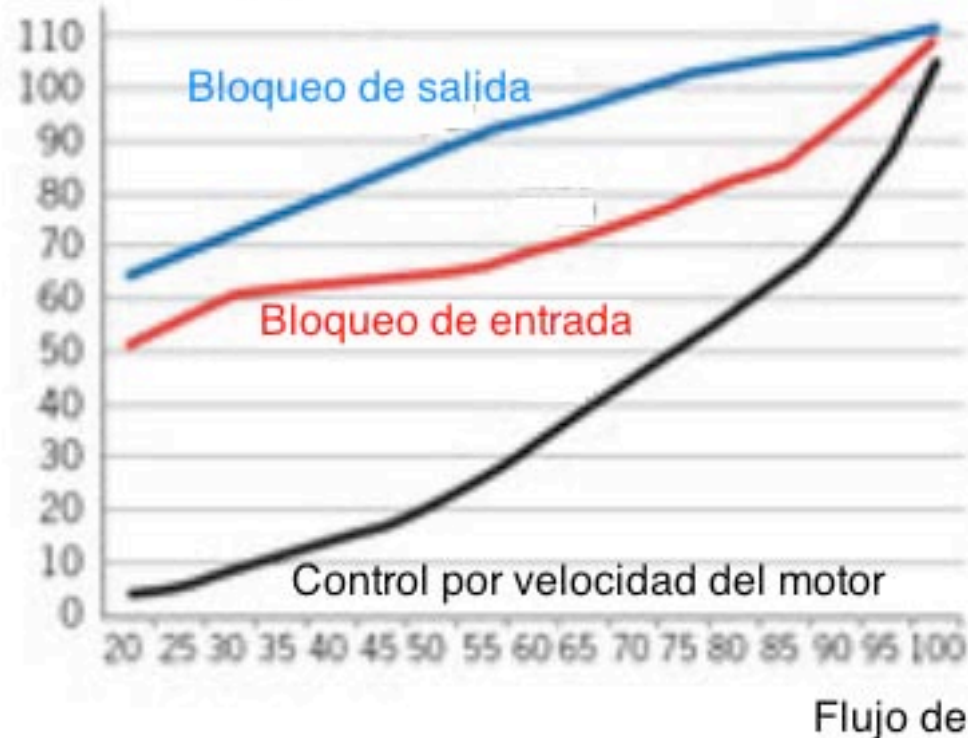


Consumo de energía, bombeo controlado por estrangulación de flujo.



Consumo de energía, bombeo controlado por velocidad del motor.

Energía consumida (%)



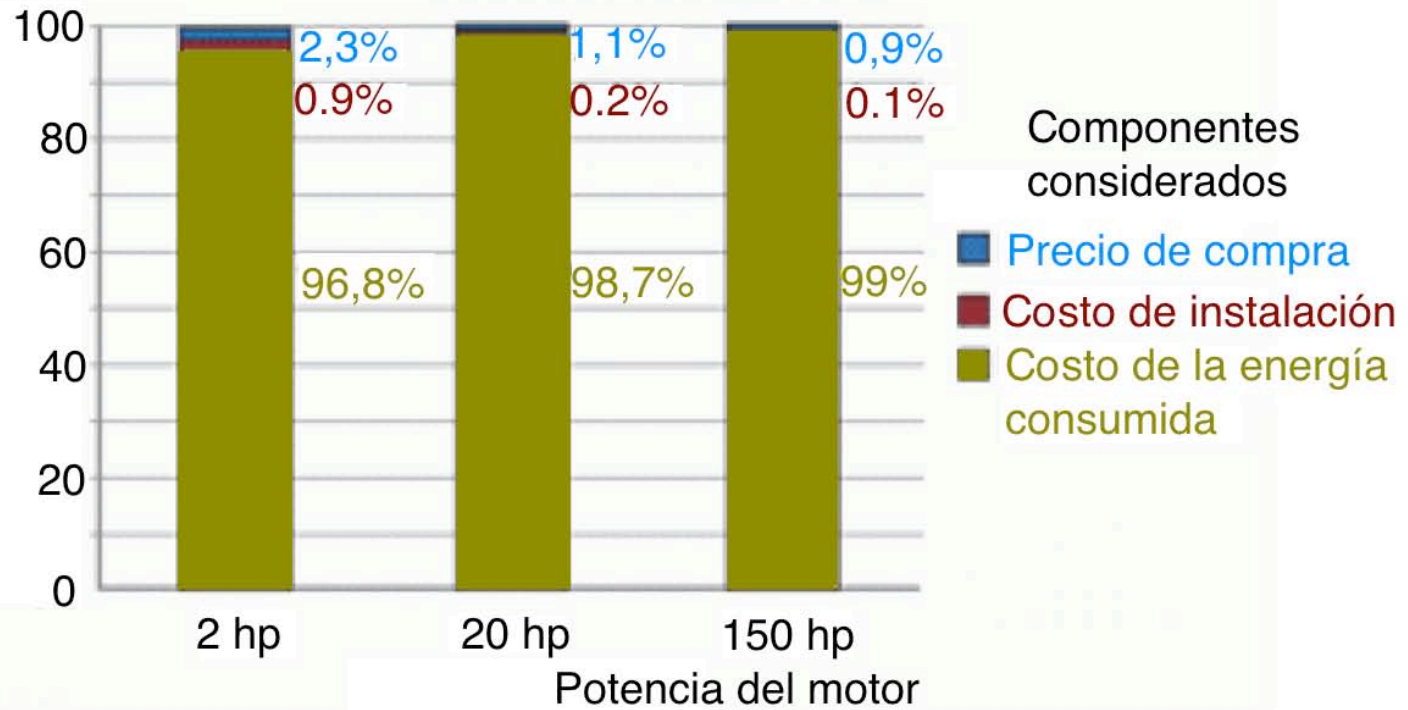
Cinsumo de energía en un sistema ventilador, usando tres tipos de control de flujo de aire. (Cortesía Yaskawa Electric America, Inc.)



Una situación similar ocurre en las aplicaciones tipo ventilador; en general, si el costo de la energía eléctrica se calcula en base a los precios promedio internacionales, se espera que el costo de implementar un control electrónico de velocidad de bombeo de fluidos se recupere en unos dos o tres años en base al ahorro logrado en el consumo de energía; una vez amortizado el equipo actuador, el ahorro es un beneficio neto tanto para la compañía como para la sociedad.

Para resaltar la importancia económica de la eficiencia energética en este tipo de aplicaciones, en base a un estudio de SIEMENS, la publicación en línea [powerelectronics.com](http://powerelectronics.com) compara el efecto del precio de compra, el costo de instalación y el costo de la energía eléctrica consumida por tres categorías de motores eléctricos de potencia baja, media y alta usados en la industria en este tipo de aplicaciones operando a velocidad nominal en forma continua, y llega a la conclusión de que en las tres categorías el costo de la electricidad es el principal componente, superando el 96% del total en la categoría de baja potencia, y llegando al 99% en la categoría de alta potencia; indicando que el costo inicial de inversión (compra e instalación) es básicamente despreciable respecto al costo de la energía consumida.

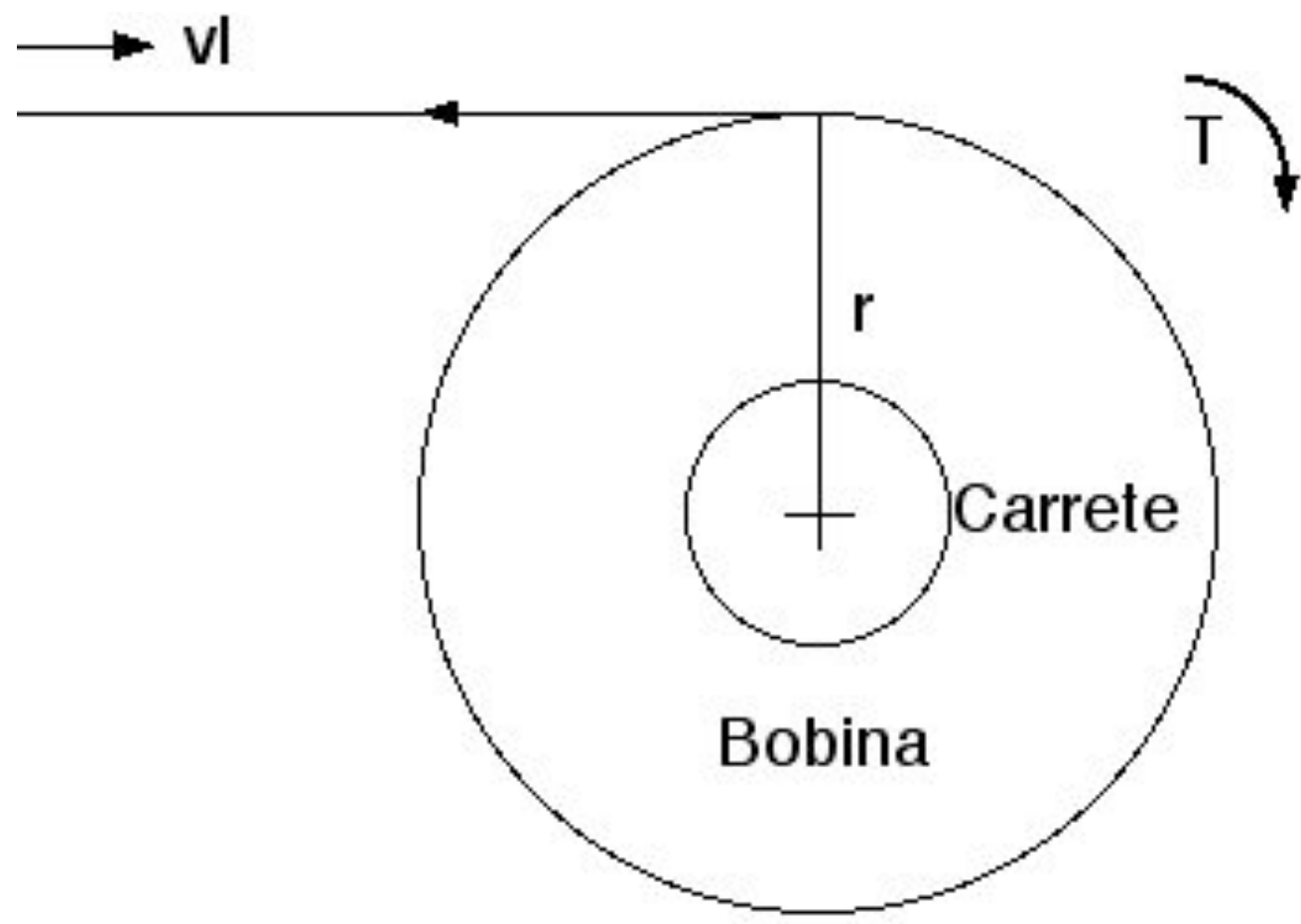
Participación en el costo total de operación (%)



## Sistema bobinador/debobinador

### Condiciones de trabajo:

- 1-La tensión en el material a ser bobinado/debobinado debe permanecer constante.
- 2-En este proceso no se producen cambios en la longitud (o el espesor) del material.



Sistema bobinador/debobinador

En el sistema se tiene:

$l_b$  = longitud del material que entra/sale de la bobina por unidad de tiempo.

$l_c = k_l$ , longitud del material que se desplaza linealmente en la cinta por unidad de tiempo (constante).

$n$  = velocidad de la bobina en vueltas por unidad de tiempo

$\omega$  = velocidad angular de la bobina en radianes por unidad de tiempo

$v = k_l$ , velocidad lineal de la banda de material (constante).

$P = k_p$ , potencia requerida en el proceso (constante).

Mantener tensión constante en el material requiere:

$$T = fr = k_t r$$

$$\frac{T}{r} = k_t$$

donde:

T= Par en el eje de la bobina.

f= $k_t$ , fuerza de tensión constante a mantener en el material.

r =radio de la bobina en el instante considerado.

La cantidad de material que se desplaza linealmente hacia o desde la bobina es:

$$l_c = v = k_l$$

Y la cantidad de material que se enrolla o desenrolla de la boina por unidad de tiempo es:

$$l_b = 2\pi r n = 2\pi r \frac{\omega}{2\pi} = r\omega$$



Mantener la longitud del material constante requiere que la cantidad de material que sale o entra en la bobina por unidad de tiempo sea igual a la cantidad de material que se desplaza linealmente, esto es:

$$l_b = l_c$$

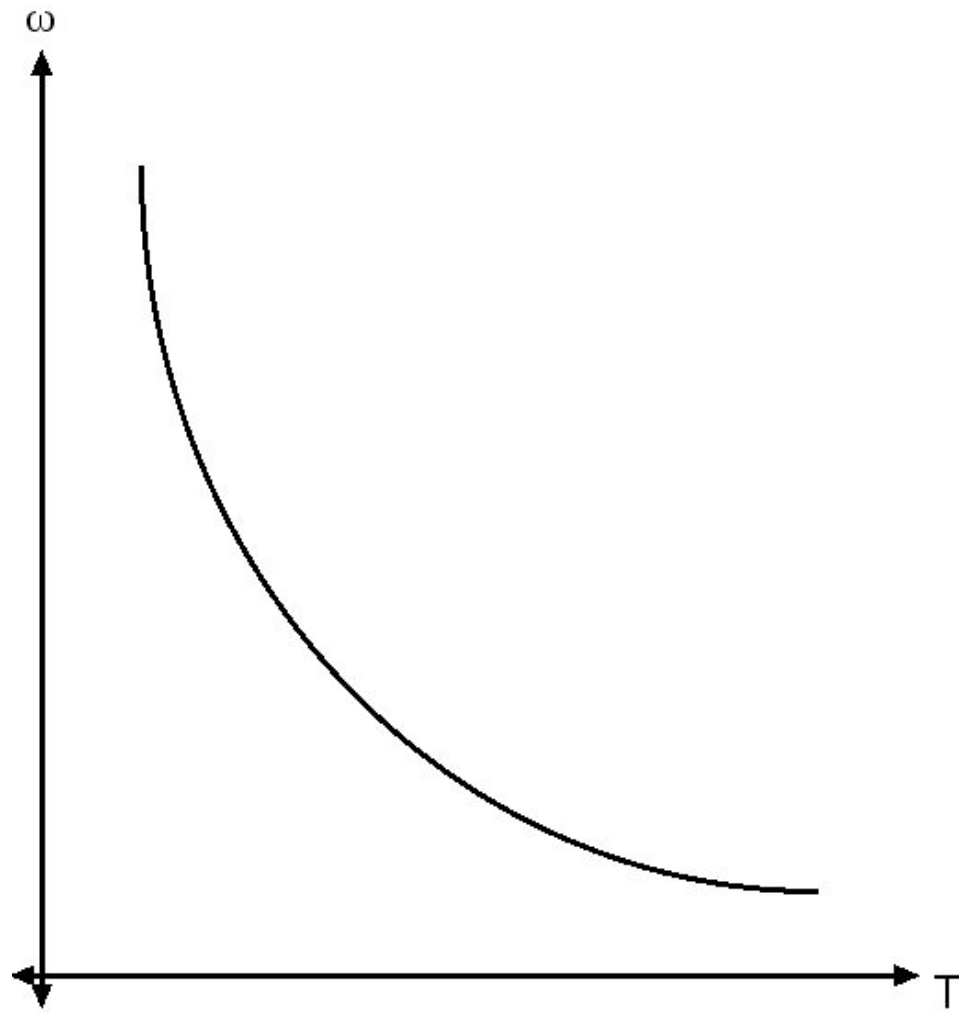
De donde resulta:

$$\omega = \frac{v}{r}$$

La potencia mecánica requerida para hacer girar la bobina es:

$$P = \omega T = fv = k_f k_t = k_p$$

En este tipo de carga la operación es a potencia constante, y la relación entre el par y la velocidad angular es una hipérbola.



Relación Par/velocidad,  
carga tipo "potencia constante"

## Vehículos automóviles:

Resistencia aerodinámica y resistencia de rodadura.

En el caso de vehículos en movimiento, la velocidad final puede ser elevada, por lo que el efecto de la resistencia aerodinámica y la resistencia de rodadura son determinantes en el cálculo de la velocidad final alcanzable.

Determinar el valor exacto de estos elementos y su relación con la velocidad y otros factores (tipos de superficie y de ruedas, presión de inflado de los neumáticos, temperatura, etc.) es un trabajo especializado; las notas que siguen tienen carácter informativo para ilustrar el tipo de problemas a considerar.

## Resistencia aerodinámica al movimiento.

La fuerza aerodinámica que se opone al movimiento de un vehículo,  $D_A$  ("drag force"), es:

$$D_A = \frac{1}{2} \rho V^2 C_D A$$

donde:

$\rho$  es la densidad del aire.

$V$  es la velocidad de avance del vehículo.

$C_D$  es el coeficiente de resistencia al avance ("drag coefficient").

$A$  es el área efectiva de la sección frontal del vehículo.

La densidad del aire en kg/m<sup>3</sup> viene dada por:

$$\rho \approx 3,4838 \left( \frac{P_r}{273,16 + T_r} \right)$$

donde:

$P_r$  es la presión atmosférica en kilo Pascales

$T_r$  es la temperatura en grados °C.

El coeficiente de resistencia al avance, difícil de calcular desde primeros principios, usualmente se determina con mediciones experimentales en un túnel de viento sobre el prototipo (o una maqueta a escala del mismo) en condiciones controladas de presión y temperatura.

Resistencia a la rodadura,  $R_x$ , ("Rolling resistance").

Es la fuerza que se opone al movimiento a consecuencia de la fricción entre las ruedas y la superficie del camino.

En primera aproximación, despreciando el componente vertical de la resistencia aerodinámica:

$$R_x = f_r W$$

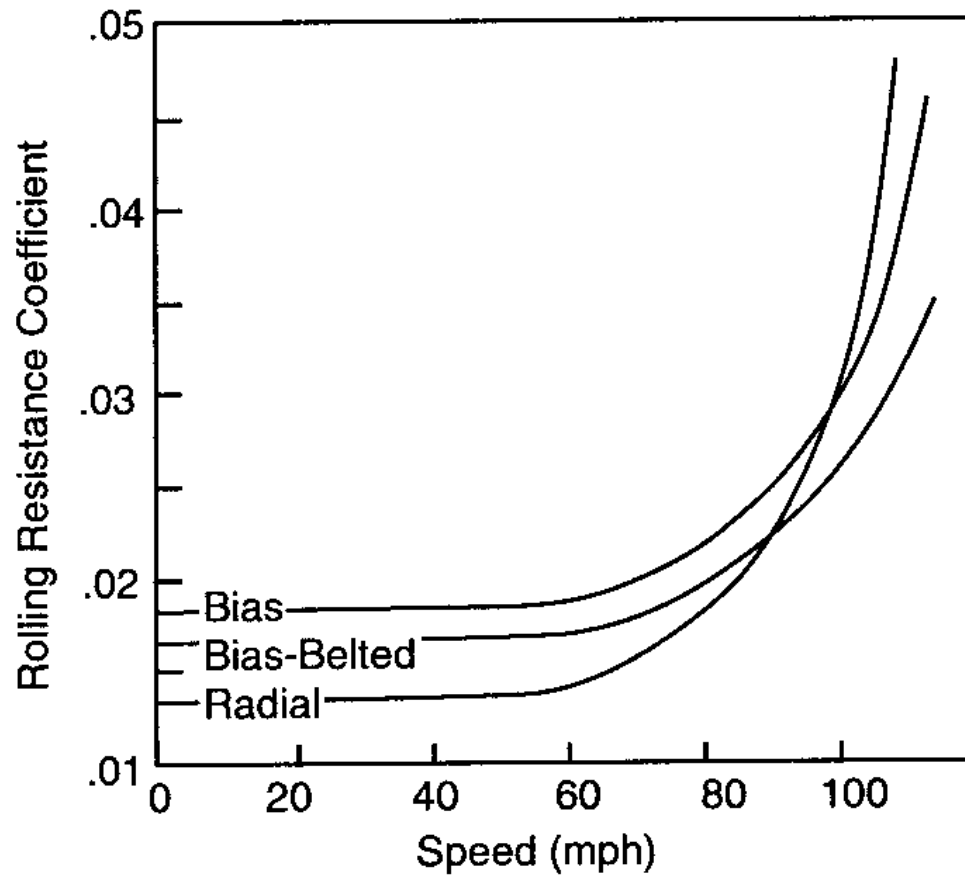
donde:

$f_r$  es el coeficiente de resistencia de rodadura ("rolling resistance coefficient")

$W$  es el peso del vehículo.

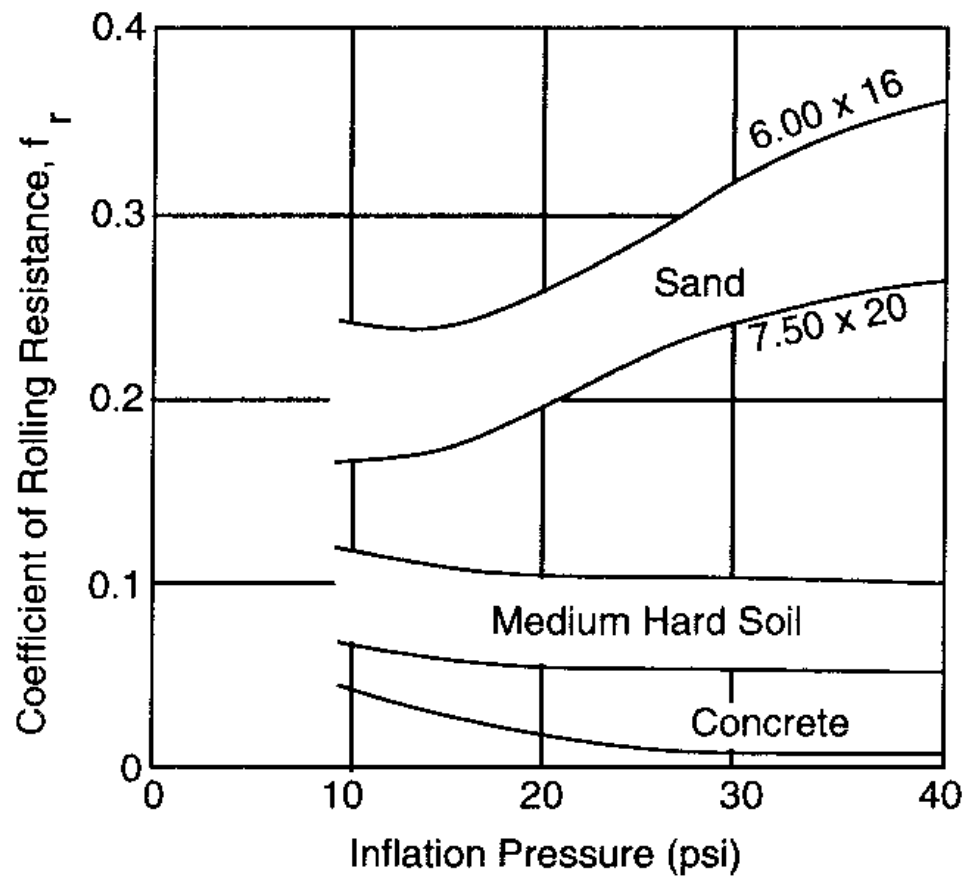
En general  $f_r$  no es constante, y depende no linealmente de muchos factores, entre los que se encuentran (para ruedas de caucho normales) la velocidad del vehículo, el material y la estructura de la rueda, la temperatura y presión de inflado, el tipo de superficie del camino, el ángulo de ataque (slip) etc.

Usualmente no es posible un cálculo exacto de todos los parámetros, que se estudian experimentalmente, para obtener curvas como las que se presentan a continuación:

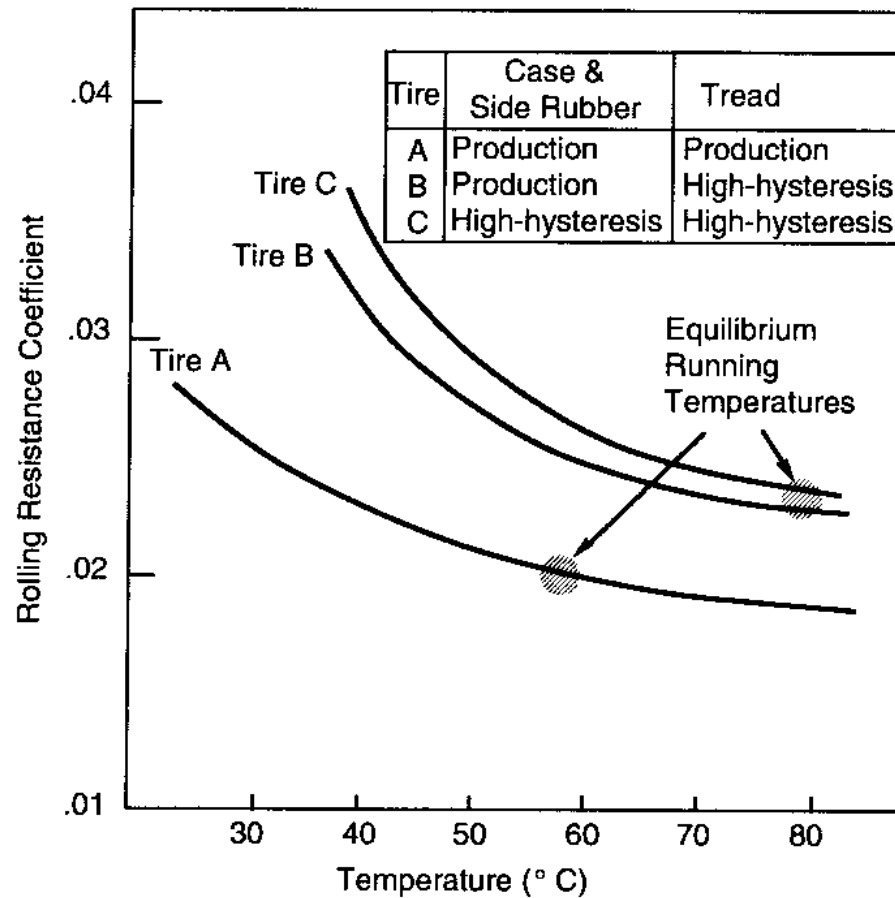


Coeficiente de resistencia a la rodadura vs. velocidad, para tres tipos de cauchos.



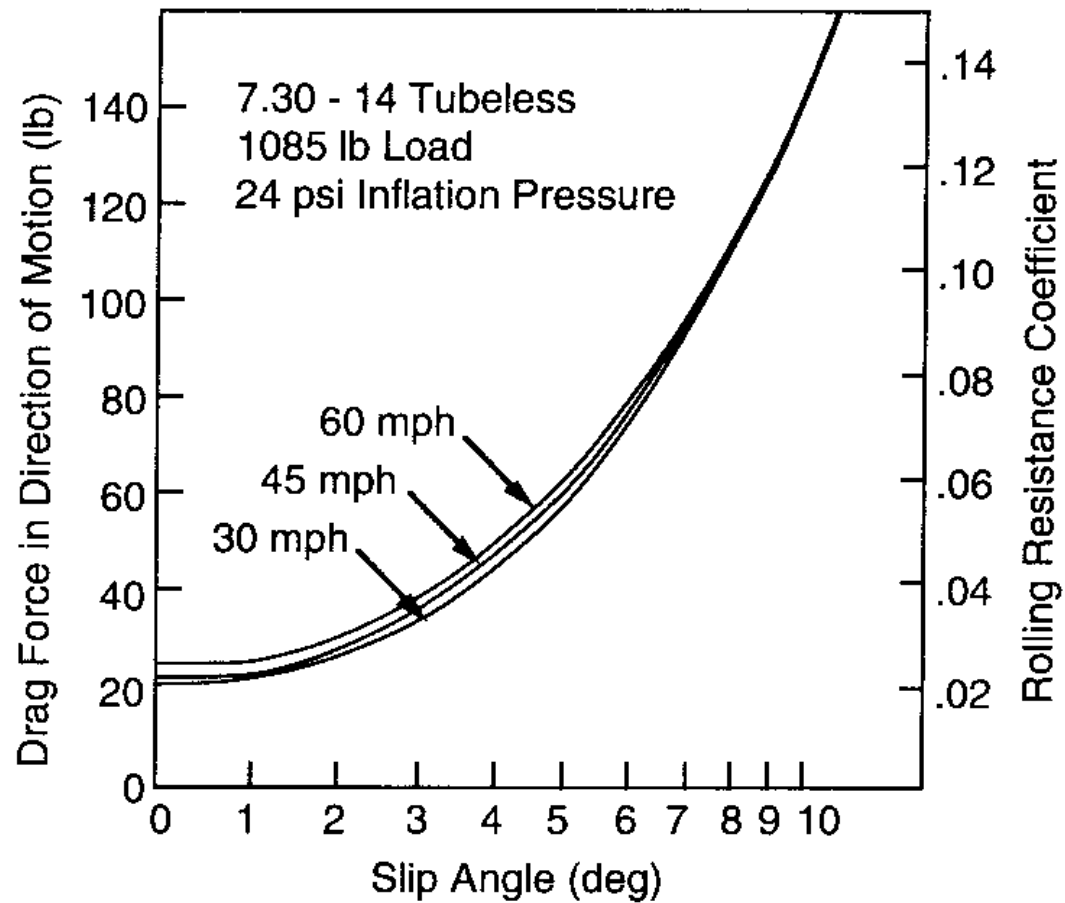


Coeficiente de resistencia a la rodadura vs. presión de inflado, para distintas superficies.



Coeficiente de resistencia a la rodadura vs. temperatura, para tres tipos de cauchos.

Además el ángulo de giro de la trayectoria también afecta al coeficiente de resistencia.



En primera aproximación, para propósitos de comparación, asumiendo avance en línea recta, presión de inflado y temperatura nominales en las ruedas, se puede considerar que el coeficiente de fricción a bajas velocidades corresponde a:

<u>Vehicle Type</u>	<u>Concrete</u>	<u>Surface Medium Hard</u>	<u>Sand</u>
Passenger cars	0.015	0.08	0.30
Heavy trucks	0.012	0.06	0.25
Tractors	0.02	0.04	0.20

Según el Instituto de Tecnología de Stuttgart, al aumentar la velocidad el coeficiente aumenta siguiendo aproximadamente la relación:

$$f_r = f_o + 3,24 f_s \left( \frac{V}{100} \right)^{2,5}$$

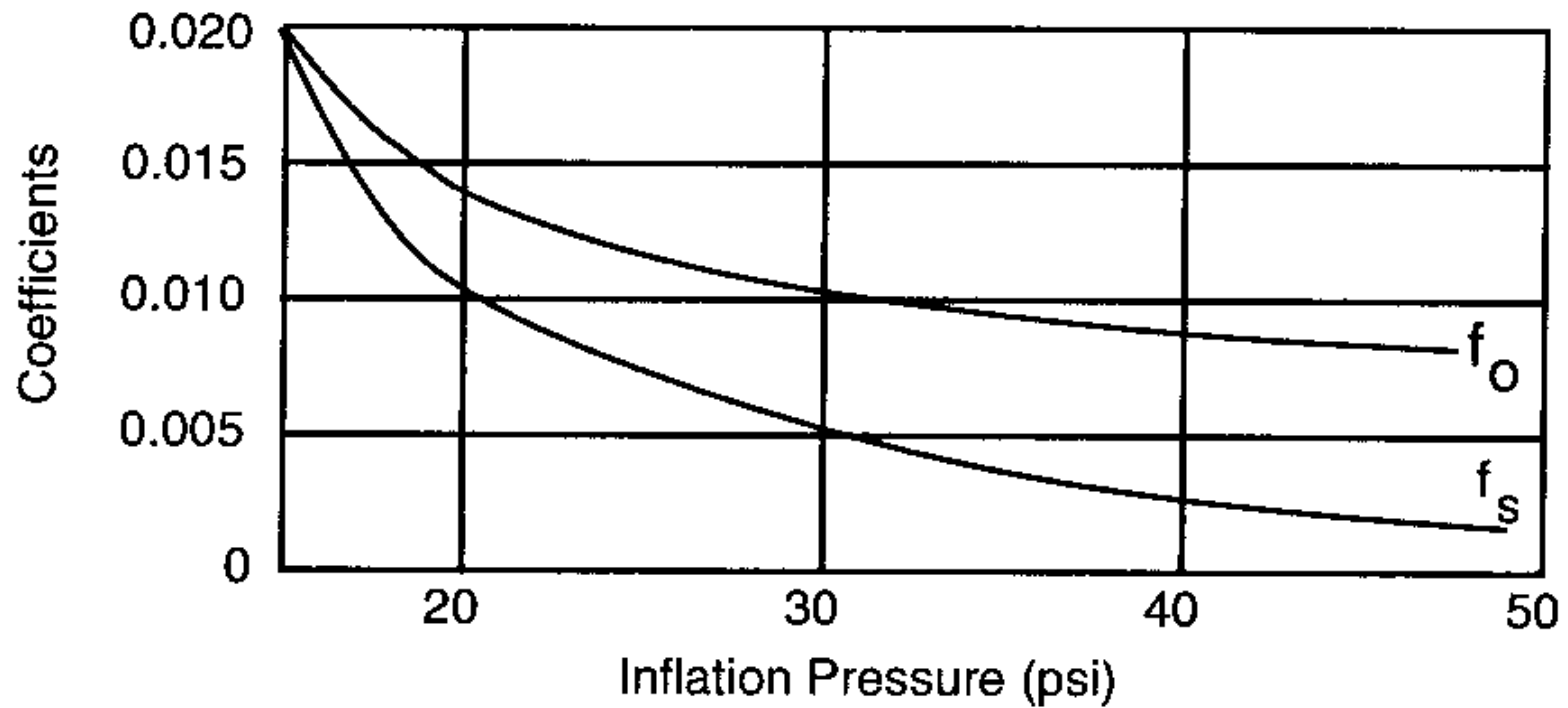
donde:

V es la velocidad en m.p.h. (millas por hora).

$f_o$  es el valor básico del coeficiente de resistencia

$f_s$  es el efecto de la velocidad sobre el coeficiente de resistencia.

El coeficiente  $f_o$  se puede encontrar en base a las siguientes curvas:



Coeficiente  $f_o$  vs. presión de inflado de los cauchos.

El Instituto de investigaciones en transporte de la Universidad de Michigan ofrece otro conjunto de ecuaciones empíricas para el coeficiente de resistencia a la rodadura, en este caso para camiones:

1.- Con cauchos radiales:

$$f_r = (0,0041 + 0,000041V)C_h$$

2.- Cauchos convencionales:

$$f_r = (0,0066 + 0,000046V)C_h$$

Donde:

$V$  es la velocidad en m.p.h.

$C_h$  es un coeficiente que depende del tipo de superficie.

Los valores propuesto para el coeficiente  $C_h$  son:

- 1.- Concreto liso,  $C_h = 1$
- 2.- Concreto desgastado, ladrillo, asfalto frío,  $C_h = 1,2$
- 3.- Asfalto caliente,  $C_h = 1,5$

Como tendencia general se puede afirmar que la resistencia a la rodadura es mínima en superficies dura, lisas y secas.



En igualdad de los demás factores, una superficie desgastada tiende a aumentar el valor de la resistencia ofrecida por la superficie nueva.

En superficies húmedas (con agua) la resistencia a la rodadura es mayor que en las mismas superficies secas.

La resistencia puede reducirse muy significativamente si la superficie está cubierta con un lubricante.